ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE – SÉNÉGAL

AVRIL 2016

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

La justice est-elle juste ? Vous répondrez à cette question en illustrant vos propos.

Sujet n° 2

Le rire est-il une forme de pouvoir sur les autres ? Discutez et illustrez.

Sujet n° 3

La liberté s'oppose-t-elle toujours à la contrainte ? Argumentez et illustrez vos propos.

ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA - ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE - SÉNÉGAL

AVRIL 2016

CONCOURS INGéNIEURS STATISTICIENS éCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

1ère COMPOSITION DE MATHéMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Le sujet est constitué d'un problème d'analyse et d'un problème d'algèbre linéaire indépendants. Tout résultat donné dans l'énoncé pourra être admis dans les questions suivantes. Le plus grand soin sera apporté à la rédaction et à la présentation des résultats.

1 Problème d'analyse

On désigne par I l'intervalle $[1, +\infty[$; on note E l'espace vectoriel des fonctions continues et bornées sur I à valeurs réelles, et $\mathcal{C}^1(I, \mathbb{R})$ l'espace vectoriel des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ sur I à valeurs réelles.

On fixe un réel $a > 0$.

Si f est un élément de E, on dit qu'une fonction y de $\mathcal{C}^1(I, \mathbb{R})$ est solution du problème (E_f) si :

$$\forall x \in I, \quad y'(x) - ay(x) + f(x) = 0$$

L'objectif du problème est de montrer qu'à tout élément f de E, on peut associer une unique solution g de (E_f) bornée sur I, puis d'étudier l'application $U : f \mapsto g$.

1. (a) On considère $f \in E$ et $y \in \mathcal{C}^1(I, \mathbb{R})$. Ecrire la dérivée de $x \mapsto e^{-ax}y(x)$ et en déduire que y est solution du problème (E_f) si et seulement si il existe $K \in \mathbb{R}$ tel que :

$$\forall x \in I, \quad y(x) = e^{ax}\left(K - \int_1^x e^{-at}f(t)dt\right).$$

   (b) Montrer que, s'il existe une solution de (E_f) bornée sur I, celle-ci est unique.

   (c) Vérifier la convergence de l'intégrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} e^{-at}f(t)dt$.

(d) Montrer que $g : x \mapsto e^{ax} \int_x^{+\infty} e^{-at} f(t)dt$ est l'unique solution de (E_f) bornée sur I.

Dans la suite du problème, si $f \in E$, on note $U(f)$ la fonction g obtenue à la question d).

2. (a) Expliciter $U(f)$ dans le cas où $f = 1$.

   (b) Montrer que U est un endomorphisme de E.

   (c) U est-il injectif ?

   (d) On définit les puissances successives de U par $U^0 = Id_E$ et si $n \in \mathbb{N}^*$, $U^n = U^{n-1} \circ U$. Montrer que, pour tout entier naturel n, $U^{n+1}(f)$ est la fonction : $x \mapsto e^{ax} \int_x^{+\infty} \frac{(t-x)^n}{n!} e^{-at} f(t)dt$.

3. (a) Pour k un nombre réel positif, et $f_k : x \mapsto e^{-kx}$, expliciter $U(f_k)$.

   (b) En déduire que pour tout $\lambda \in]0, \frac{1}{a}]$, $\ker(U - \lambda Id_E) \neq \{0\}$.

   (c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, expliciter $U^n(f_k)$. En déduire pour $x \in I$: $\lim_{n \to +\infty} [U^n(f_k)](x)$

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on considère la fonction de E définie par : $\varphi_n : x \mapsto x^n e^{-x}$. On note $\psi_n = U(\varphi_n)$.

   (a) Pour $n \geq 1$, établir une relation entre ψ_n, φ_n et ψ_{n-1}.

   (b) Soit $p \in \mathbb{N}$. Montrer que le sous-espace vectoriel F_p de E engendré par $(\varphi_0, \ldots, \varphi_p)$ est stable par U et admet pour base $(\varphi_0, \ldots, \varphi_p)$.

   (c) On prend ici $p = 2$. Ecrire dans la base $(\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2)$ de F_2 la matrice T_2 de l'endomorphisme U restreint à F_2. Calculer T_2^n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

5. (a) Pour $f \in E$, montrer que $|U(f)| \leq U(|f|)$.

   (b) On suppose que φ appartient à E et est à valeurs positives. Montrer que $\psi = U(\varphi)$ est à valeurs positives.

   (c) Si de plus φ est décroissante, montrer que $a\psi \leq \varphi$ puis que ψ est décroissante.

6. On note $E_1 = \{f \in E \cap \mathcal{C}^1(I, \mathbb{R}) : f' \text{ bornée sur } I\}$ et D l'application qui à $f \in E_1$ associe f' .

   (a) Pour $f \in E_1$, montrer que $aU(f) = f + U(f')$.

   (b) En déduire que pour tout $f \in E_1$, $D(U(f)) = U(D(f))$.

7. Dans cette question, f est un élément de E, à valeurs positives, tel que $\int_1^{+\infty} f(t)dt$ converge.

   On note $F : x \mapsto \int_1^x f(t)dt$, $g = U(f)$ et $G : x \mapsto \int_1^x g(t)dt$.

   (a) Vérifier que $G' - aG = -F + g(1)$.

   (b) Justifier que la fonction F est un élément de E, et montrer qu'il existe un réel C tel que, pour tout $x \in I$,
   $$G(x) = Ce^{ax} + [U(F)](x) - \frac{g(1)}{a}$$

   (c) Vérifier que la fonction $x \mapsto \frac{G(x)}{x}$ est bornée sur I.

(d) En déduire que $C = 0$ et que $G = U(F) - \dfrac{g(1)}{a}$.

(e) Montrer que $\displaystyle\int_1^{+\infty} g(t)dt$ est une intégrale convergente.

2 Problème d'algèbre

Dans tout le problème, $\mathbb{N}$ désigne l'ensemble des entiers naturels, n un entier naturel supérieur ou égal à 1, $\mathbb{R}$ le corps des réels et $\mathbb{C}$ le corps des complexes. Si $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, on note $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ l'espace vectoriel des matrices carrées de taille $n \times n$ à coefficients dans $\mathbb{K}$.

On identifie un vecteur de $\mathbb{K}^n$ avec le vecteur colonne de ses composantes dans la base canonique de $\mathbb{K}^n$. On peut définir l'endormorphisme f_M canoniquement associé à $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ par :

$$f_M : \begin{array}{ccc} \mathbb{K}^n & \to & \mathbb{K}^n \\ x & \mapsto & Mx \end{array}$$

On note $\mathrm{Ker}(f_M)$ et $\mathrm{Im}(f_M)$ respectivement le noyau et l'image de f_M. On note $\langle \cdot, \cdot \rangle$ le produit scalaire canonique et $\| \cdot \|$ la norme associée.

Le problème est constitué de deux parties qui pourront être traitées de manière indépendante.

2.1 Première partie

Si λ est une valeur propre d'une matrice $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, on note E_λ le sous-espace propre de $\mathbb{K}^n$ associé à la valeur propre λ, c'est-à-dire le noyau de l'endormorphisme associé à la matrice $M - \lambda I_n$ noté $\mathrm{Ker}(M - \lambda I_n)$ où I_n est la matrice identité de taille $n \times n$. Ainsi

$$E_\lambda = \{x \in \mathbb{K}^n : Mx = \lambda x\} = \mathrm{Ker}(M - \lambda I_n).$$

On note alors $\sigma(M)$ le spectre de M, c'est-à-dire l'ensemble de ses valeurs propres complexes. Et $\rho(M)$ le rayon spectral de M, c'est-à-dire le plus grand module des valeurs propres de M.

1. Dans cette question, on pose $n = 2$, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ et on définit la fonction F sur $\mathbb{R}^2$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ de la façon suivante pour tout $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$,

$$F(x) = \frac{1}{2}\langle Ax, x\rangle - \langle b, x\rangle.$$

où

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(a) Justifier que la fonction F est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$.

(b) La fonction gradient de F est notée ∇F. Montrer que $\forall y \in \mathbb{R}^2$, $\nabla F(y) = Ay - b$.

(c) En déduire que la fonction F admet un unique point critique sur $\mathbb{R}^2$.

(d) Écrire le développement limité de F en ce point critique.

(e) En déduire que la fonction F admet un minimum global sur $\mathbb{R}^2$, que l'on précisera.

Un endomorphisme symétrique f de $\mathbb{R}^n$ est dit positif si, pour tout x de $\mathbb{R}^n$, $\langle f(x), x\rangle \geq 0$. On dit de même qu'une matrice symétrique $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est positive si l'endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ associé à M est positif, et qu'elle est définie positive si ce même endomorphisme est défini positif, i.e. pour tout x de $\mathbb{R}^n$, x non nul, $\langle f(x), x\rangle > 0$.

2. (a) Montrer qu'une matrice symétrique $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est positive si et seulement si son spectre $\sigma(M)$ est inclus dans $\mathbb{R}_+$.
   (b) Montrer qu'une matrice symétrique $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est définie positive si et seulement si son spectre $\sigma(M)$ est inclus dans $]0, +\infty[$.
3. On suppose dans cette question que la matrice $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est symétrique positive, que c est un vecteur de $\mathbb{R}^n$ et on définit l'application

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \quad G(x) = \frac{1}{2}\langle Mx, x\rangle - \langle c, x\rangle.$$

   (a) Prouver que, pour tout couple (x, h) de vecteurs de $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$, on a : $\langle Mx, h\rangle = \langle Mh, x\rangle$.
   (b) On pose $\nabla G(y) = My - c$ pour tout $y \in \mathbb{R}^n$. Donner la forme de la fonction $R : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ telle que
$$\forall (x, h) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, \quad G(x + h) = G(x) + \langle \nabla G(x), h\rangle + R(h).$$
   (c) On suppose qu'il existe un vecteur $x_0 \in \mathbb{R}^n$ tel que $G(x) \geq G(x_0)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^n$. En observant que $G(x_0 + th) \geq G(x_0)$ pour tout $h \in \mathbb{R}^n$ et tout $t \in \mathbb{R}$, montrer que $\nabla G(x_0) = 0$.
4. On suppose que la matrice $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est symétrique définie positive.
   (a) Montrer qu'il existe un unique $x_0 \in \mathbb{R}^n$ tel que $G(x_0) = \inf_{x\in\mathbb{R}^n} G(x)$, et le déterminer en fonction de M et c.
   (b) Soit $v \in \mathbb{R}^n$ et $d \in \mathbb{R}^n$ avec d non nul. Montrer qu'il existe un unique $r \in \mathbb{R}$ tel que $G(v - rd) = \inf_{s\in\mathbb{R}} G(v - sd)$.
   (c) Exprimer r en fonction de v, d, M et c.

2.2 Deuxième partie

On note $L(\mathbb{K}^n)$ l'ensembles des endomorphismes de $\mathbb{K}^n$. On note Π_f le polynôme minimal d'un endormorphisme $f \in Ł(\mathbb{K}^n)$ et $P_f(X) = \mathrm{det(XI_n - f)}$ son polynôme caractéristique. Un endomorphisme $f \in L(\mathbb{K}^n)$ est dit cyclique s'il existe un entier naturel non nul p et un vecteur $a \in \mathbb{K}^n$ tels que :
$$C_a^p = \{a, f(a), \ldots, f^{p-1}(a)\}$$
soit une partie génératrice de $\mathbb{K}^n$ de cardinal p, stable par f , c'est à dire :
— C_a^p est une famille génératrice de $\mathbb{K}^n$,
— C_a^p possède p éléments deux à deux distincts,
— $f(C_a^p) \subset C_a^p$.
Une telle partie C_a^p est nommée cycle de f au point a et on dit que f est cyclique d'ordre p.

5. (a) Pour quel(s) entier(s) $n \in \mathbb{N}$ non nul, un projecteur h de $L(\mathbb{K}^n)$ peut-il être cyclique ?
   (b) Comment s'écrit alors un cycle de h ?

6. On considère $B = (e_1, \dots, e_n)$ la base canonique de $\mathbb{C}^n$.
   (a) Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{C}^n$ avec $n \geq 2$ dont la matrice dans la base canonique est :

$$\begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   Montrer que f est cyclique et expliciter un cycle de f.
   (b) Déterminer le rang de f.
   (c) L'endomorphisme f est-il diagonalisable ?
7. Soit $f \in L(\mathbb{K}^n)$ cyclique d'ordre p.
   (a) Justifier que $p \geq n$.
   (b) Montrer que f est au moins de rang $n - 1$.
8. Soit $f \in L(\mathbb{K}^n)$ un endomorphisme cyclique et C_a^p un cycle de f. Soit m le plus grand entier tel que la famille $\mathcal{F} = (a, f(a), ..., f^{m-1}(a))$ soit libre.
   (a) Prouver que $\forall k \geq m,\ f^k(a) \in Vect(\mathcal{F})$.
   (b) En déduire que la famille $(a, f(a), ..., f^{n-1}(a))$ est une base de $\mathbb{K}^n$.
9. Soit $(x, y) \in \mathbb{C}^2$ et f l'endomorphisme de $\mathbb{C}^2$ de matrice dans la base canonique :

$$\begin{pmatrix} 0 & x \\ 1 & y \end{pmatrix}$$

   On suppose que 1 n'est pas valeur propre de f. Déterminer les valeurs (si elles existent) de x et y pour que f soit cyclique d'ordre 2.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE – SÉNÉGAL

AVRIL 2016

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Dans toute cette épreuve, R désigne l'ensemble des nombres réels.

Exercice n° 1

Soit $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

1. Trouver un polynôme *P* de degré 2 ayant deux racines réelles distinctes tel que *P(A)=0.*

2. Calculer le reste de la division euclidienne de X^n par $P(X)$, où *n* est un entier naturel strictement supérieur à 2.

3. Pour *n* entier positif ou nul, calculer A^n et résoudre le système : $U_{n+1} = AU_n$, où $U_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}$ avec la condition initiale $U_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice n° 2

Soit $f :]0, +\infty[\to R$ définie par : $f(x) = x^{-5}\left(e^{1/x} - 1\right)^{-1}$

1. Calculer la limite de *f* en zéro et en $+\infty$. Montrer que *f* admet un maximum.

2. Soit $x_0 = Arg\max(f)$, montrer que $5x_0\,(e^{1/x_0} - 1) - e^{1/x_0} = 0$

3. Soit $g(t) = 5(1 - e^{-t})$. Montrer que l'équation $5x\ (e^{1/x} - 1) - e^{1/x} = 0$, où $x>0$, est équivalente à $g(t) = t$, où t est strictement positif.

4. Montrer qu'il existe une unique solution α de l'équation $g(t) = t$, avec $\alpha \in [4, 5]$

5. En déduire que f possède un unique maximum.

Exercice n° 3

On considère A et B deux matrices carrées symétriques réelles d'ordre n (entier strictement positif).

1. Montrer que la matrice *AB-BA* n'a que des valeurs propres imaginaires pures.

2. On suppose de plus que A et B sont définies positives, étudier le signe de *Tr(AB)*, où *Tr* désigne la trace de la matrice.

3. Soit M une matrice carrée antisymétrique réelle. Montrer que $I+M$ est inversible et déterminer la nature de la matrice $(I - M)(I + M)^{-1}$.

Exercice n° 4

On considère les suites (u_n) et (λ_n), $n \geq 1$, définies par les relations de récurrence :

$$u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}};\ \lambda_{n+1} = \frac{\lambda_n}{u_{n+1}}$$

1. Montrer que pour $u_1 = 0$ et $\lambda_1 = 2$, il existe deux autres suites (θ_n) et (α_n) telles que pour tout entier n strictement positif, on a :

   $$u_n = \cos(\theta_n);\ \lambda_n = \alpha_n \sin(\theta_n);\ 0 \leq \theta_n \leq \pi/2.$$

   Montrer que la suite (λ_n) est convergente, on précisera sa limite.

2. En utilisant la formule de Taylor, montrer que, pour tout $n \geq 1$, on a l'inégalité :

   $|\pi - \lambda_n| \leq \dfrac{\pi^3}{6 \times 8^n}$. En déduire un entier N tel que : $|\pi - \lambda_N| \leq 10^{-6}$

Exercice n° 5

On considère l'espace vectoriel R^4 rapporté à une base orthonormée B. On désigne par (x, y, z, t) les composantes d'un vecteur dans cette base. Soit f l'endomorphisme de R^4, associé, dans la base B, à la matrice suivante :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer l'image de f.
2. La matrice M est-elle diagonalisable ? Si oui, donner la matrice diagonale semblable.
3. Quel est le rang de la forme quadratique définie sur R^4 par :

   $q(x,y,z,t) = 4z^2 + 2xy + 2xz + 2xt + 4yz + 4zt$

4. On considère le système d'équations :

   $\begin{cases} y + z + t = 1 \\ x + 2z = m^2 + 1 \\ x + 2y + 4z + 2t = p + 2 \\ x + (m-1)y + 2z = 2 \end{cases}$, où m et p sont des paramètres réels.

   Résoudre le système homogène associé

   Discuter l'existence de solutions de ce système en fonction de m et p.

Exercice n° 6

Soient f et g deux applications numériques définies sur $]0,+\infty[$, où f est convexe et g affine.

On suppose que :

(1) $\forall x > 0,\ f(x) \leq g(x)$ et

(2) $f(1) = g(1)$

Comparer f et g.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE – SÉNÉGAL

AVRIL 2016

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

CONTRACTION DE TEXTE

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Sujet :

Vous résumerez en 150 mots le texte ci-après de Richard Munang et Jesica Andrews paru en 2014 dans le magazine *Afrique Renouveau*. Vous n'oublierez pas d'indiquer le nombre de mots utilisés à la fin de votre copie.

L'Afrique face au changement climatique

Le changement climatique s'accompagnera d'effets sans précédent. On assistera par exemple à une baisse des rendements agricoles, des saisons de végétation brèves et les modifications du régime des précipitations rendront l'accès à l'eau difficile. La population en Afrique devrait atteindre deux milliards dans moins de 37 ans et, dans 86 ans, trois naissances sur quatre dans le Monde se produiront sur le continent.

La baisse des rendements agricoles et l'accroissement démographique exerceront une pression supplémentaire sur un système de production alimentaire déjà fragile. Dans un tel contexte, les experts signalent que, si la situation actuelle perdure, l'Afrique ne pourra subvenir qu'à 13% de ses besoins alimentaires d'ici à 2050. Cela fera également peser une nouvelle menace sur les quelque 65% de travailleurs africains dont la subsistance dépend de l'agriculture, y compris sur les enfants et les personnes âgées – premières victimes de l'insécurité alimentaire.

À l'heure actuelle, quelques 240 millions d'Africains souffrent déjà de la faim. D'ici 2050, il suffira d'une augmentation de 1,2 à 1,9 degré Celsius environ pour accroître d'entre 25 et 95% le nombre d'Africains sous-alimentés (+ 25% en Afrique centrale, + 50% en Afrique de l'Est, + 85% en Afrique australe et + 95% en Afrique de l'Ouest). La situation sera catastrophique pour les enfants, dont la réussite scolaire dépend d'une alimentation appropriée. La Commission économique pour l'Afrique (CEA) estime que le retard de croissance infantile provoqué chez les enfants par la malnutrition pourrait priver les pays africains de 2 à 16% de leur produit intérieur brut.

Une agriculture africaine sous pression climatique

Des changements climatiques tels que la hausse des températures et la réduction des réserves en eau, ainsi que la perte de biodiversité et la dégradation des écosystèmes, ont un impact sur l'agriculture. Selon la célèbre revue scientifique internationale *Science*, l'Afrique australe et l'Asie du Sud seront les deux régions du monde dont les productions agricoles seront les plus affectées par le changement climatique d'ici à 2030. À titre d'exemple, les variétés de blé se développent bien à des températures comprises entre 15 et 20 ºC, mais la température moyenne annuelle en Afrique subsaharienne dépasse aujourd'hui cette plage pendant la saison de végétation. Si ces tendances climatiques se poursuivent, la production de blé pourrait donc enregistrer une baisse de 10 à 20% d'ici à 2030 comparé aux rendements des années 1998-2002.

L'insécurité alimentaire pourrait également être source d'instabilité sociale, comme cela a déjà été le cas par le passé. Entre 2007 et 2008, plusieurs pays avaient connu des émeutes en réaction à une flambée des prix des produits alimentaires de première nécessité. En 2010, des centaines de manifestants étaient descendus dans les rues au Mozambique pour protester contre une hausse de 25% du prix du blé, provoquée par une pénurie mondiale, en partie imputable aux feux de forêts ayant ravagé les cultures en Russie, suite à une période de températures extrêmes. L'augmentation du prix du pain avait provoqué des violences, des pillages, des incendies, et même des morts.

Le rapport *Africa's Adaptation Gap* (L'écart de l'adaptation en Afrique) du Programme des Nations Unies pour l'environnement (PNUE), signale qu'un réchauffement d'environ deux degrés Celsius entraînerait une réduction de 10% du rendement agricole total en Afrique subsaharienne d'ici 2050. Un réchauffement supérieur (plus probable) pourrait porter ce chiffre à 15 ou 20%.

Les mauvaises nouvelles ne s'arrêtent pas là pour l'agriculture africaine : d'ici le milieu du siècle, la production de blé pourrait enregistrer une baisse de 17%, 5% pour le maïs, 15% pour le sorgho, et 10% pour le mil. Si le réchauffement dépassait les trois degrés Celsius, toutes les régions actuellement productrices de maïs, de mil et de sorgho deviendraient inadaptées à ce type de cultures. La question est donc de savoir si le système agricole africain est prêt à relever le défi.

Protéger les ressources hydriques

Des précédents montrent qu'il est possible d'accroître la production agricole dans un contexte de changement climatique. Les analystes considèrent donc que les pays africains devront intégrer ces connaissances à leur planification, et qu'il leur faudra protéger et consolider leurs ressources hydriques, cruciales pour la sécurité alimentaire.

Dans les années à venir, l'eau nécessaire à l'agriculture se fera de plus en plus rare. Selon le PNUE, 95% de la culture africaine est pluviale. Pour la Banque mondiale, la disponibilité totale des eaux «bleues et vertes» (issues des précipitations et des rivières) diminuera très probablement de plus de 10% dans toute l'Afrique d'ici à 2020. Le changement climatique menace aussi la biodiversité et les écosystèmes, qui constituent le pilier de l'agriculture. Ces pertes affecteront la qualité des sols et de la végétation dont dépend le bétail pour son alimentation. Toujours selon la Banque mondiale, la réduction potentielle de la biodiversité, des cultures et des ressources en eau devrait obliger l'Afrique à réexaminer son système alimentaire actuel, obligeant le continent à travailler avec la nature et non contre elle.

De nouvelles approches plus efficaces

La capacité de la révolution agricole industrielle à résoudre tout ou partie des problèmes climatiques en Afrique reste sujette à débat. Les experts soutiennent que l'agriculture industrielle est actuellement responsable du tiers de toutes les émissions de gaz à effet de serre, principale cause du changement climatique. Ils considèrent également que les ressources et les infrastructures nécessaires à l'exploitation d'un système agricole industriel ne sont pas à la portée des petits exploitants africains.

De nouvelles machines seraient synonymes de réduction de la main-d'œuvre, ce qui pourrait entraîner une hausse du taux de chômage et une baisse des salaires pour les nombreux Africains vivant de l'agriculture. Les pratiques actuelles seront insuffisantes pour satisfaire la future demande alimentaire, l'Afrique se doit donc d'adopter de nouvelles approches plus efficaces.

En juillet 2013, les dirigeants africains ont pris l'ambitieux engagement d'éradiquer la faim d'ici 2025. Ils comptent encourager les exploitants à abandonner progressivement l'agriculture de rendement, les systèmes agricoles fragiles et les cultures exigeant de grandes quantités d'engrais et de pesticides, au profit de pratiques durables et résilientes au changement climatique. L'épuisement des nutriments représente, à lui seul, une perte de capital naturel comprise entre un et trois milliards de dollars par an, selon les résultats publiés par le Nouveau Partenariat pour le développement de l'Afrique (NEPAD).

Une adaptation fondée sur les écosystèmes

Pour que l'Afrique puisse libérer son potentiel, les décideurs politiques du secteur agricole et de l'environnement doivent joindre leurs forces à celles de la société civile et des organisations non gouvernementales afin d'évaluer les options permettant aux agriculteurs, et à l'environnement, de s'adapter au changement climatique. L'une des options à l'étude est l'adaptation fondée sur les écosystèmes, dont l'objectif est d'atténuer les effets du changement climatique en utilisant des systèmes naturels, comme par exemple des variétés résistantes à la sécheresse, des méthodes de stockage d'eau plus efficaces et des systèmes de rotation culturale variés, indique le PNUE.

En Zambie, 61% des agriculteurs ayant appliqué ces méthodes fondées sur les écosystèmes, telles que des pratiques de préservation des ressources naturelles ou d'agriculture biologique durable, ont rapporté des excédents de production. Dans certains cas, les rendements ont enregistré une croissance allant jusqu'à 60%, tandis que les ventes d'excédents sont passées de 25,9 à 69%. Au Burkina Faso, les agriculteurs utilisent des méthodes traditionnelles pour restaurer les sols : en creusant des micro-bassins (connus localement sous le nom de *zaï*) dans une terre dévitalisée, puis en les remplissant de matières organiques, certains fermiers burkinabés sont capables de revitaliser les sols et d'améliorer le stockage des eaux souterraines afin d'accroître leur productivité. Ces exploitants ont ainsi récupéré 200 000 à 300 000 hectares de terres dégradées et produit 80 000 à 120 000 tonnes de céréales supplémentaires, selon les estimations.

D'autres options consistent à protéger les bassins versants et à améliorer leur capacité à retenir l'eau et à la transporter là où elle est la plus nécessaire; mettre en œuvre des programmes de lutte intégrée contre les nuisibles pour protéger les cultures de manière rentable et naturelle; pratiquer l'agroforesterie, la culture intercalaire et la rotation culturale pour diversifier les apports en nutriments et accroître les rendements de manière durable et naturelle; entretenir les forêts et utiliser les aliments forestiers; utiliser des engrais naturels tels que le fumier; et recourir à des pollinisateurs naturels tels que les abeilles qui, selon une récente étude, pourraient permettre d'accroître de 5% le rendement des arbres fruitiers. Toutes ces alternatives sont rentables : le projet entrepris en Zambie ne coûte que 207 dollars par personne, et des projets similaires développés en Ouganda et au Mozambique reviennent respectivement à 14 et 120 dollars par personne.

Une lueur d'espoir

Les prévisions les plus pessimistes concernant les effets du changement climatique suggèrent que l'Afrique pourrait perdre 47% de ses revenus agricoles d'ici à l'an 2100, tandis que les plus optimistes prédisent une perte de 6% seulement. Ce second scénario part du principe que des pratiques et des infrastructures d'adaptation au changement climatique sont déjà en place. Néanmoins, l'écart entre ces deux estimations est suffisamment important pour justifier des investissements dans des stratégies d'adaptation qui permettront à l'Afrique de mettre à profit ses vastes ressources naturelles. Pour parvenir à consolider son agriculture et à enrayer la faim, les analystes considèrent que le continent devra composer avec son environnement naturel afin de le rendre plus productif et résilient au changement climatique.

À travers le continent, de nombreuses communautés ont déjà commencé à développer une résilience en stimulant les écosystèmes existants et les ressources naturelles disponibles. C'est en mettant en œuvre ces bonnes pratiques et en gérant les effets inévitables du changement climatique de manière appropriée que le continent pourra subvenir à ses besoins alimentaires. L'Afrique n'est pas inéluctablement vouée à l'indigence.

Richard Munang et Jesica Andrews

Afrique Renouveau: édition Spéciale Agriculture 2014, page 6